

Недостатком данного метода является зависимость дальнейшего решения от погрешности при вычислении всех предыдущих значений искомой величины и замены $i_{k\text{ср}}$ величиной i_{k-1} . Так, ошибка в вычислении $\Delta\Psi_1$ сказывается при вычислении всех $\Delta\Psi_k$ для $k > 1$.

Метод Эйлера является наиболее простым и наименее точным в группе методов численного интегрирования дифференциальных уравнений, известных как методы Рунге—Кутта. В современных цифровых вычислительных машинах имеются стандартные программы, основанные на методах Рунге—Кутта, при помощи которых задача может быть решена быстро и точно.

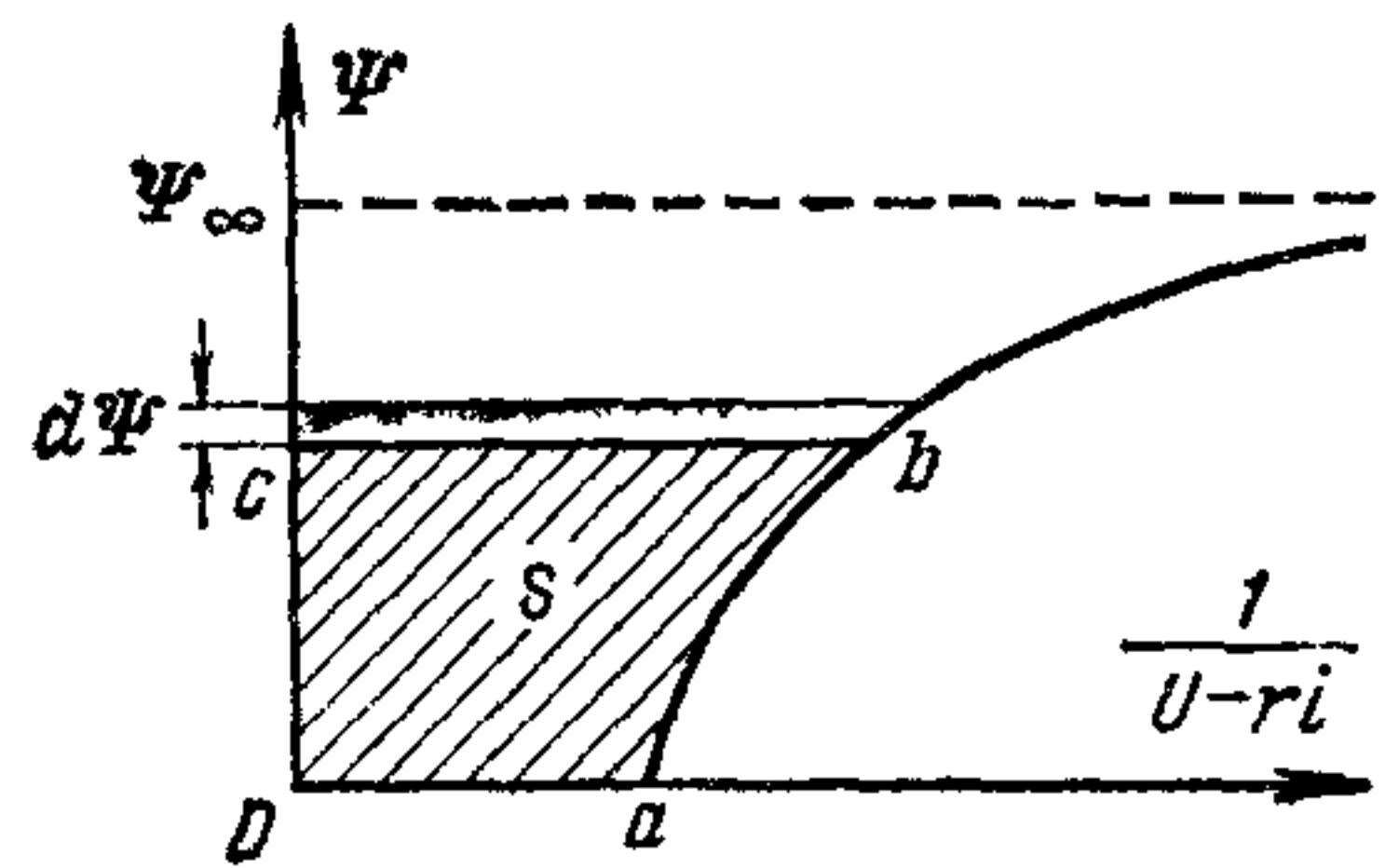


Рис. 25-8.

Метод графического интегрирования. Представим уравнение (25-2) в следующем виде:

$$dt = \frac{d\Psi}{U - ri}. \tag{25-16}$$

По заданной кривой $\Psi(i)$ (рис. 25-2) построим зависимость $\Psi = f\left(\frac{1}{U - ri}\right)$ и проинтегрируем графически эту зависимость по Ψ .

На рис. 25-8 по оси абсцисс отложена величина $1/(U - ri)$, а по оси ординат — потокосцепление. Для того чтобы найти время, в течение которого потокосцепление изменится от 0 до Ψ , нужно вычислить

$$t = \int_0^\Psi \frac{d\Psi}{U - ri} \tag{25-17}$$

или на графике определить площадь S_{Oabc} . Величина этой площади при учете масштабов Ψ и $1/u$ дает время.

Так, определяя t для различных значений Ψ , строим $t(\Psi)$ или $\Psi(t)$, а зная $\Psi(t)$, по кривой $\Psi(i)$ легко находим и $i(t)$.

Исследование переходных процессов в нелинейных цепях методом графического интегрирования было развито в работах Рюденберга.

Если сопоставить все пять примеров расчета, то надо заметить, что для рассматриваемой задачи наилучшие результаты получаются в двух последних случаях. Метод последовательных интервалов может дать более точное решение, а при помощи графического интегрирования удастся при достаточной точности решения получить наглядное представление о влиянии параметров цепи на характер переходного процесса.

25-3. Включение катушки со стальным магнитопроводом на синусоидальное напряжение

При включении катушки со стальным магнитопроводом на синусоидальное напряжение решение задачи сопряжено со значительно большими трудностями.

Рассмотрим дифференциальное уравнение цепи

$$d\Psi/dt + ri = U_m \sin(\omega t + \alpha). \quad (25-18)$$

Наличие в правой части уравнения гармонической функции времени значительно затрудняет применение некоторых из рассмотренных методов решения задачи. Так, аналитическое выражение кривой намагничивания приводит к нелинейному дифференциальному уравнению с правой частью, представляющей гармоническую функцию времени, которое не имеет достаточно простого решения. Замена характеристики ломаной приводит к необходимости на протяжении периода изменения напряжения несколько раз (более пяти) сопрягать («припасовывать») решения, получаемые для различных участков ломаной. Так как переходный процесс обычно продолжается несколько периодов, то такое решение сопряжено с очень большими трудностями. Наличие гармонической функции времени затрудняет разделение переменных и решение задачи методом графического интегрирования.

Таким образом, пригодными для решения задачи можно считать только два из рассмотренных методов: метод условной линеаризации и метод последовательных интервалов.

Пример 25-1. Решение методом условной линеаризации. В уравнении (25-18) падение напряжения ri обычно значительно меньше, чем $d\Psi/dt$. В установившемся режиме (см гл. 23) при определении зависимости $\Psi(t)$ обычно пренебрегают падением напряжения ri . В переходном режиме этой величиной пренебречь нельзя, однако ее можно рассматривать как малый параметр и согласно методу условий линеаризации считать, что

$$ri = r\Psi/L_\Delta, \quad (25-19)$$

где $L_\Delta = \Psi_m/I_m$ — отношение максимальных значений потокоцепления и тока в установившемся режиме.

Тогда уравнение (25-18) приближенно запишется в следующем виде:

$$d\Psi/dt + \Psi/\tau = U_m \sin(\omega t + \alpha), \quad (25-20)$$

где $\tau = L_\Delta/r$.

Так как в уравнении (25-20) коэффициент $1/\tau$ постоянен, то $\Psi(t)$ определим совершенно так же, как и при включении линейной индуктивности на синусоидальное напряжение (см. § 13-5).

Принимая, что остаточного намагничивания нет, т. е. $\Psi(0) = \Psi_0 = 0$, получаем:

$$\Psi(t) = \Psi_m \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \Psi_m \sin(\alpha - \varphi) e^{-t/\tau}, \quad (25-21)$$

$$\text{где } \Psi_m = \frac{U_m L_\Delta}{\sqrt{r^2 + (\omega L_\Delta)^2}}; \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L_\Delta}{r}.$$

Обычно $\omega L_\Delta \gg r$ и $\varphi \approx \pi/2$. В этом случае $\Psi_m = U_m/\omega$.

Наибольшее значение магнитного потока получается при включении катушки момент времени, соответствующий $\alpha = 0$. Тогда

$$\Psi(t) = -\Psi_m \cos \omega t + \Psi_m e^{-t/\tau} = \Psi_{пр} + \Psi_{св}. \quad (25-22)$$

На рис. 25-9 построен график $\Psi(t)$, а на рис. 25-10 по кривой намагничивания стали $\Psi(i)$ построена соответствующая зависимость $i(t)$. Если при включении линейной индуктивности наибольшее значение тока не может превысить удвоенную амплитуду его принужденного (установившегося) значения, то, как

видно из графика, при включении катушки со стальным магнитопроводом наибольшее значение тока $i_{\text{макс}}$ может во много раз превышать амплитуду его установившегося значения I_m .

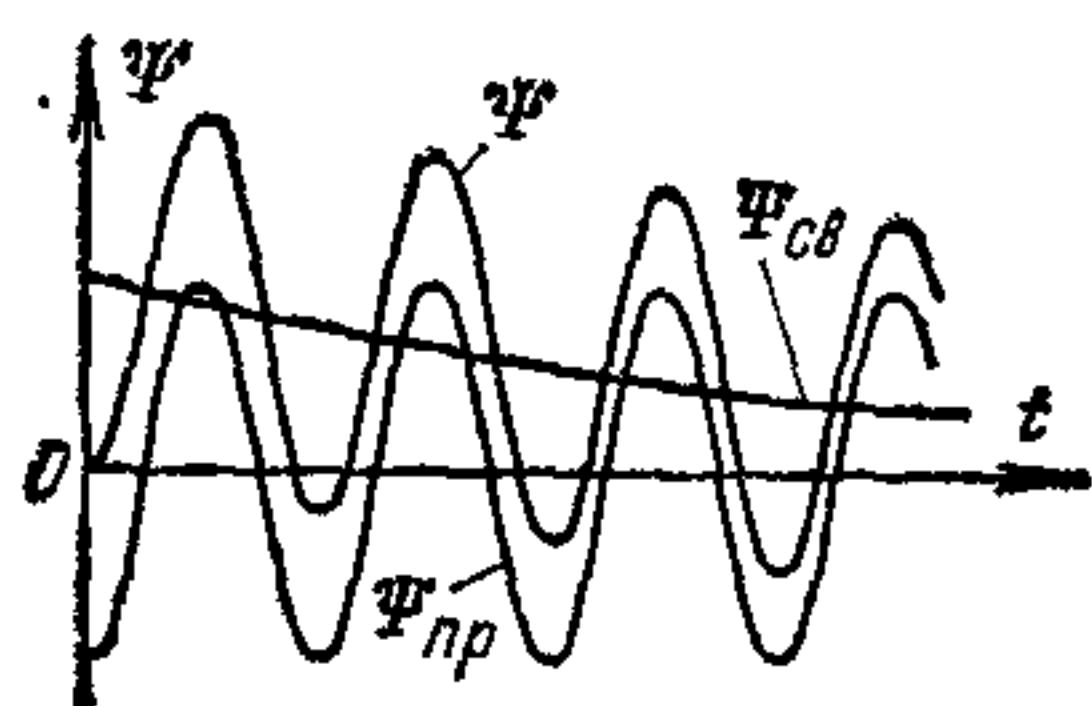


Рис. 25-9.

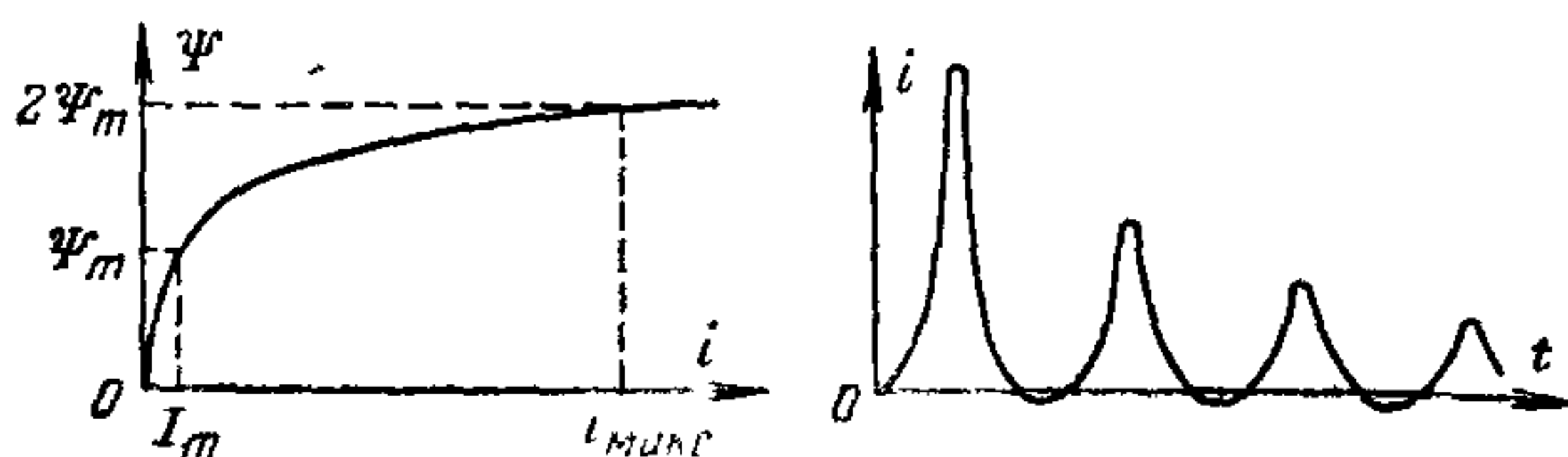


Рис. 25-10.

Пример 25-2. Решение методом последовательных интервалов. Интегрируя уравнение (25-18) по времени от 0 до t , запишем потокосцепление

$$\Psi(t) = \Psi_0 - \frac{U_m}{\omega} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{U_m}{\omega} \cos \alpha - r \int_0^t i dt. \quad (25-23)$$

Заменяя интеграл суммой n произведений тока в начале интервала времени на длительность этого интервала Δt , получаем:

$$\Psi(n \Delta t) \approx \Psi_0 - \frac{U_m}{\omega} \cos(n\omega \Delta t + \alpha) + \frac{U_m}{\omega} \cos \alpha - r \Delta t \sum_{k=1}^n i_{k-1}. \quad (25-24)$$

Таким образом, потокосцепление катушки в любой момент времени $n \Delta t$ можно представить в виде суммы четырех величин. Первые три из этих величин определяем непосредственно для любого момента времени, а четвертую находим методом последовательных интервалов по заданной кривой $\Psi(i)$.

Решение задачи методом последовательных интервалов может дать значительно большую точность, чем при условной линеаризации характеристики. Однако, несмотря на элементарность вычислений, этот метод сопряжен с большой счетной работой.

Применение цифровых вычислительных машин и стандартных программ интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений дает возможность быстро получить решение методом последовательных интервалов с необходимой степенью точности.

Переходный процесс при решении задачи обоими методами был найден без учета гистерезиса. На практике даже при включении катушки с магнитопроводом, выполненным из мягкой стали, приходится считаться с неоднозначностью характеристики $\Psi(i)$.

Если остаточный поток в стали имеет обратное направление в сравнении с установившимся значением потока в момент включения, то влияние остаточной намагниченности может привести к еще большему нарастанию тока при включении.

На рис. 25-11 схематически построена зависимость $\Psi(i)$ для переходного процесса при включении катушки со стальным магнитопроводом на переменное напряжение. В начальный момент $\Psi(0) = \Psi_0$ (точка I на характеристике). С нарастанием тока в течение первой половины периода изменение происходит по участку

характеристики 1—2. Из выражения (25-23), пренебрегая последним членом, при $\alpha \approx 0$ получаем:

$$\Psi_{\text{макс}} \approx \Psi_0 + 2 \frac{U_m}{\omega} \approx \Psi_0 + 2\Psi_m. \quad (25-25)$$

В действительности из-за потерь значение $\Psi_{\text{макс}}$ несколько меньше.

Дальнейший ход зависимости между током и потоком характеризуется графиком 2—3—4—5—6 и т. д. вплоть до установившегося режима, соответствующего гистерезисной петле A—B—C—D—E—F—A. Так как $\Psi_{\text{макс}}$ возрастает с увеличением Ψ_0 , то, следовательно, и бросок тока тем больше, чем больше Ψ_0 .

Со значительным возрастанием тока в момент включения (пусковой ток) необходимо считаться при включении ненагруженных трансформаторов.

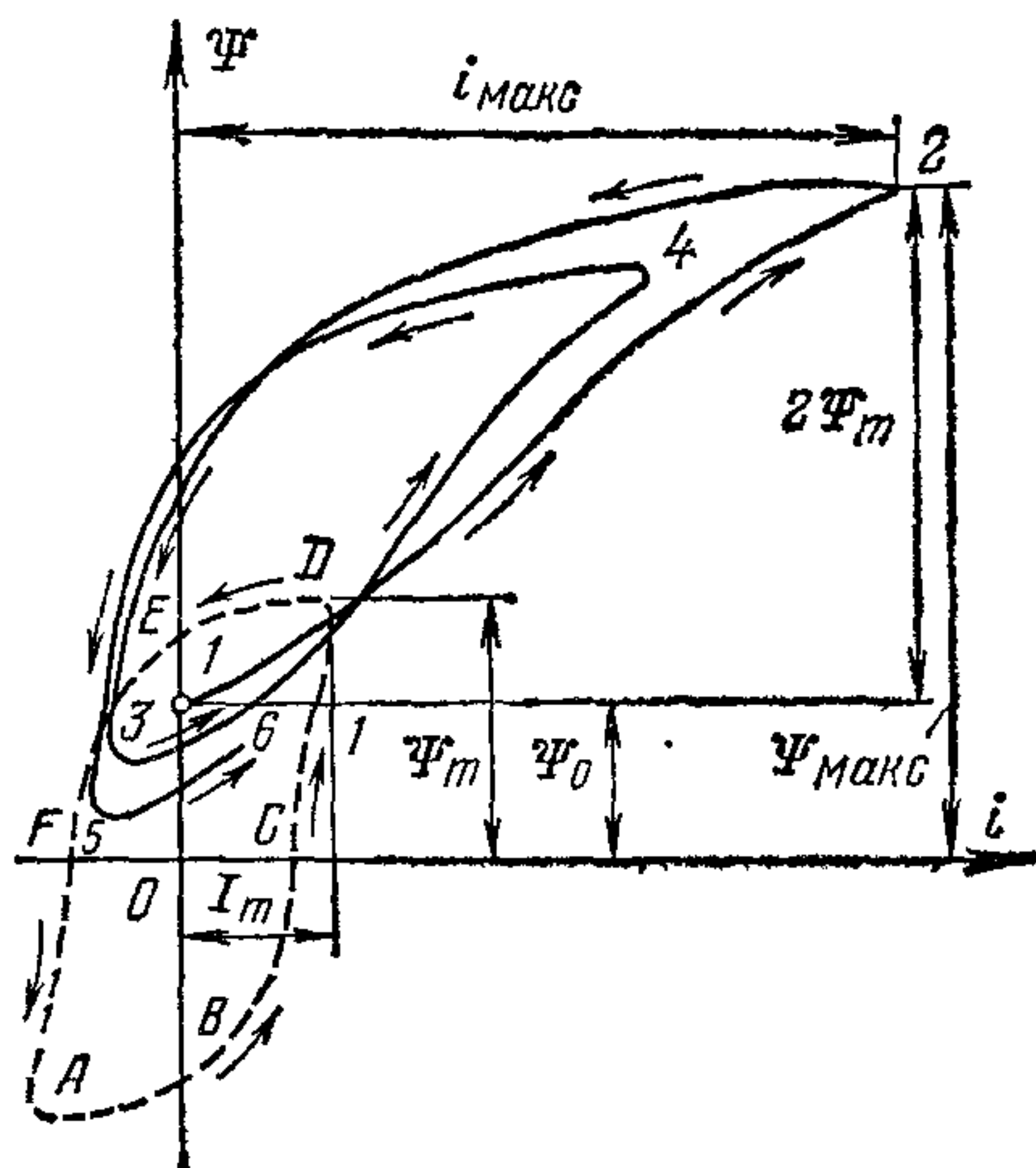


Рис. 25-11.

25-4. Импульсное воздействие в цепях с неоднозначными нелинейностями

Рассмотрим переходные процессы при импульсном воздействии $u(t)$ на катушку со стальным магнитопроводом, выполненным из жесткой стали с прямоугольной характеристикой намагничивания. Малый постоянный наклон характеристики стали в области насыщения или прямых возврата можно описать некоторой линейной индуктивностью L , объединенной с индуктивностью рассеяния и включенной последовательно с неоднозначным нелинейным индуктивным элементом с прямоугольной характеристикой $\Psi(i)$.

Эквивалентная схема цепи показана на рис. 25-12, а. Здесь r и L — линейные параметры цепи, а $\Psi(i)$ — нелинейная характеристика, изображенная на рис. 25-12, б. Из характеристики видно, что в зависимости от предшествующего режима, задаваемого сигналом $u(t)$, потокосцепление Ψ при $-i_k < i < i_k$ может иметь любое значение, лежащее между $-\Psi_0$ и Ψ_0 , и ферромагнитный сердечник может запоминать некоторую информацию, которую несет сигнал $u(t)$.

Пусть напряжение на входе цепи $u(t)$ имеет форму прямоугольного импульса высотой U_m и продолжительностью τ . Исследование переходного процесса в магнитопроводе, характеристика которого (рис. 25-12, б) имеет прямоугольную форму, проведем методом